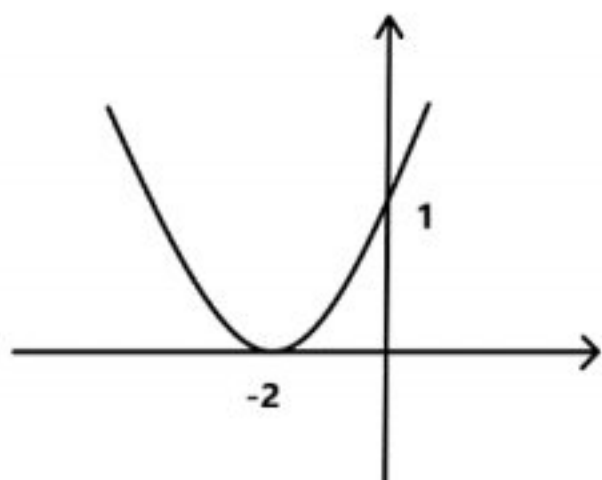
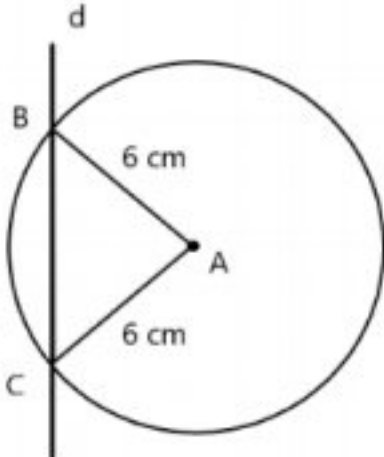
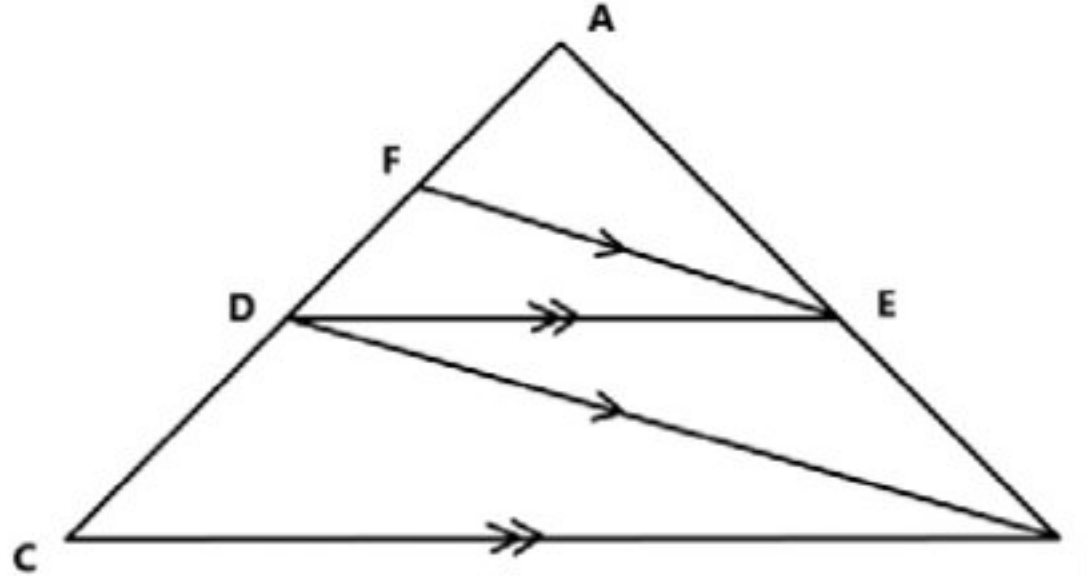
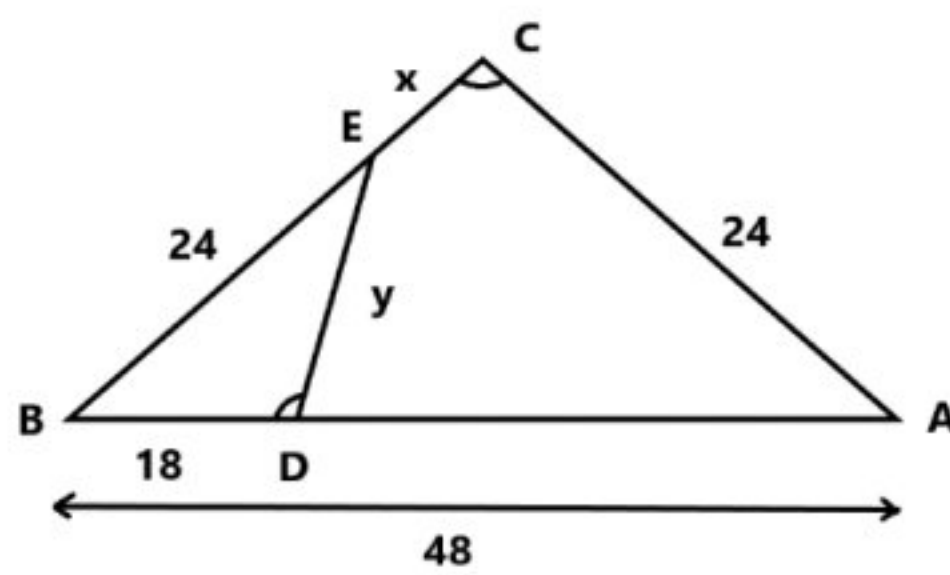
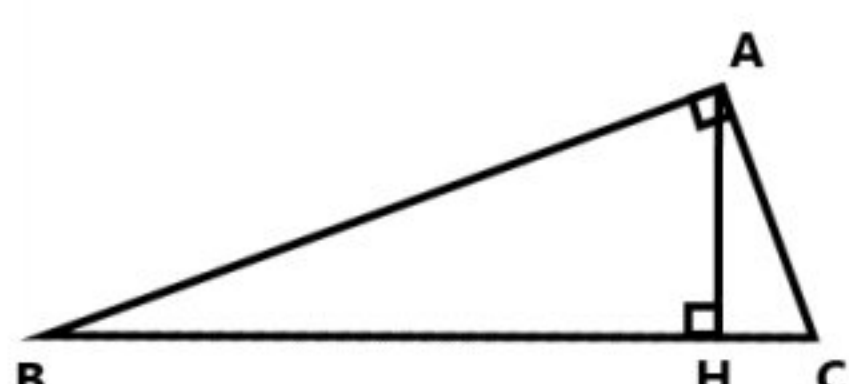
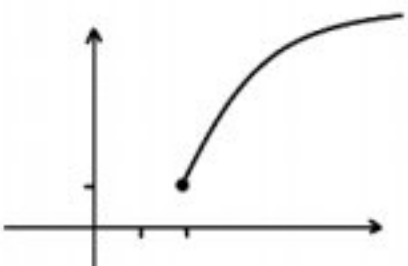
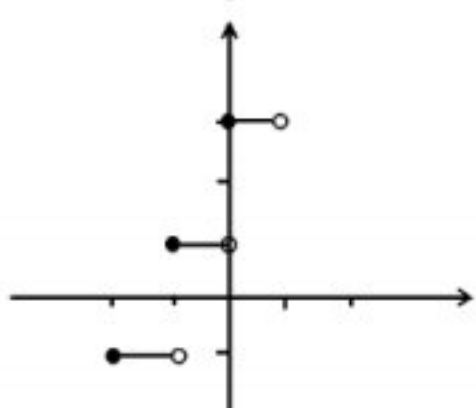


 مهر آموزشگاه نخبگان سرای دانش	مشخصات امتحان	مشخصات دانش آموز	مشخصات درس
	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۶	نام و نام خانوادگی:	نام درس: ریاضی دو
	ساعت برگزاری: ۱۰ صبح	شماره صندلی:	پایه و رشته: یازدهم تجربی
	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه		
	تعداد صفحه: ۳		

طراح: خانم نیک نظر	پاسخ تمامی سؤال‌ها را در پاسخ‌نامه وارد کنید
--------------------	--

ردیف	بارم	
۱	۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با $\sqrt{\quad}$ یا $\times$ مشخص کنید. الف. دو خط $3y + 6x + 5 = 0$ و $y = 2x$ با هم موازی‌اند. $\times$ ب. مجموع ریشه‌های معادله‌ی $3x^2 - 9x + 2 = 0$ برابر ۳ است. $\sqrt{\quad}$ پ. در برهان خلف، فرض خلف باطل و درستی حکم ثابت می‌شود. $\sqrt{\quad}$ ت. دامنه‌ی $f(x) = \frac{x-5}{x+5}$ با مجموعه‌ی اعداد حقیقی برابر است. $\times$
۲	۱	در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید. الف. مقدار ماکزیمم $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$ برابر ۵- است. ب. هر نقطه که از دو ضلع زاویه به فاصله یکسان باشد، روی نیمساز قرار دارد. پ. در دو مثلث با نسبت تشابه $\frac{2}{3}$، نسبت مساحت‌ها برابر است با $\frac{4}{9}$. ت. دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ برابر است با $(-\infty, 1]$.
۳	۱/۵	در هر مورد گزینه‌ی درست را انتخاب کنید. الف. اگر $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b}$ آن‌گاه نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟ ☐ $\frac{5}{3}$ (۴) ☐ $\frac{3}{5}$ (۳) ☐ $\frac{5}{4}$ (۲) ☒ $\frac{4}{5}$ (۱) ب. در تابع $f(x) = \frac{x}{x-1}$، مقدار $f^{-1}(3)$ برابر کدام گزینه است؟ ☐ $\frac{3}{2}$ (۱) ☐ $\frac{2}{3}$ (۲) ☒ $\sqrt{2}$ (۳) ☐ ۱ (۴) پ. حاصل عبارت $\left[\frac{-1}{2}\right] + \left[\frac{45}{41}\right]$ کدام است؟ ☐ ۱ (۱) ☒ ۰ (۲) ☐ -۱ (۳) ☐ ۲ (۴)
۴	۱/۵	یکی از اضلاع مربعی بر خط $y = 2x - 1$ واقع است؛ اگر $A(3,0)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت آن را بدست آورید. $2x - y - 1 = 0$ $d = \frac{ 2(3) - 0 - 1 }{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \rightarrow S = \left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{25}{5} = 5$
۵	۱	معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ باشد. $s = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$ $p = (2 + \sqrt{3}) \times (2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1 \rightarrow x^2 - sx + p = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$
۶	۱	معادله‌ی سهمی مقابل را بنویسید.  $y = a(x - x_0)^2$ $y = a(x - (-2))^2 \Rightarrow y = a(x + 2)^2 \xrightarrow{(0,1)}$ $1 = a(0 + 2)^2 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \rightarrow$ $y = \frac{1}{4}(x + 2)^2$

	معادلات زیر را حل کنید.	
۲	الف. $\frac{2}{x} + \frac{3x}{x+2} = \frac{x}{x^2+2x}$ $\frac{2}{x} + \frac{3x}{x+2} = \frac{x}{x^2+2x} \xrightarrow{\times x(x+2)} 2(x+2) + 3x(x) = x \Rightarrow 2x + 4 + 3x^2 = x \Rightarrow$ $-3x^2 + x + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{ق ق} \\ x = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} & \text{ق ق} \end{cases}$ ب. $x + \sqrt{x+4} = 2$ $\sqrt{x+4} = 2 - x \xrightarrow{(\)^2} x + 4 = (2 - x)^2 \Rightarrow x + 4 = 4 - 4x + x^2 \Rightarrow x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x - 5) = 0 \rightarrow$ $2x + 4 + 3x^2 = x \rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{ق ق} \\ x = 5 & \text{ق ق} \end{cases}$	۷
۱	اگر نقطه‌ی A به فاصله‌ی 4 cm از خط d باشد، مثلث متساوی‌الساقینی را با استفاده از خط‌کش و پرگار رسم کنید که طول ساق آن 6 cm باشد. دایره‌ای به مرکز A و شعاع 6 cm رسم می‌کنیم. محل برخورد این دایره با خط d، رأس‌های دیگر مثلث هستند. $AB = AC = 6$ 	۸
۱/۵	در شکل مقابل $DE \parallel CB$، $FE \parallel DB$، $AF = 5$ و $DF = 8$ است؛ اندازه‌ی AC را بدست آورید.  $FE \parallel DB \Rightarrow \frac{AF}{DF} = \frac{AE}{EB} \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{AE}{EB}$ $DE \parallel CB \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EB} \Rightarrow \frac{13}{DC} = \frac{AE}{EB}$ $\rightarrow \frac{5}{8} = \frac{13}{DC} \Rightarrow DC = \frac{8 \times 13}{5} = \frac{104}{5}$ $AC = AF + DF + DC = 5 + 8 + \frac{104}{5} = \frac{25 + 40 + 104}{5} = \frac{169}{5}$	۹
۱/۵	در شکل مقابل $\hat{C} = \widehat{BDE}$ است؛ مقدار x و y را پیدا کنید.  $\begin{cases} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \Delta BDE \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{y}{24} = \frac{24}{48} = \frac{18}{24+x}$ $\rightarrow \begin{cases} 2y = 24 & \Rightarrow y = 12 \\ 24 + x = 36 & \Rightarrow x = 12 \end{cases}$	۱۰
۱/۵	در مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر $BC = 10$ و $BH = 9$ می‌باشد؛ AH و AB و AC را بدست آورید.  $HC = 1$ $(AH)^2 = BH \times HC = 9 \times 1 = 9 \Rightarrow AH = 3$ $(AB)^2 = BH \times BC = 9 \times 10 = 90 \Rightarrow AB = 3\sqrt{10}$ $(AC)^2 = CH \times BC = 1 \times 10 = 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10}$	۱۱

۱	آیا دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x^3+x}{x^2+1}$ و $f(x) = x$ با هم برابرند؟ چرا؟ بله. زیرا دامنه‌ها و ضابطه‌ها با هم برابرند. $\begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ D_g = \mathbb{R} - \{ \} = \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow D_f = D_g$ $g(x) = \frac{x^3+x}{x^2+1} = \frac{x(x^2+1)}{x^2+1} = x = f(x)$	۱۲
۲	نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد هر یک را بدست آورید. الف. $y = 1 + \sqrt{x-2}$ $D_y = [2, +\infty)$ $R_y = [1, +\infty)$  ب. $y = 2[x] + 3 \quad x \in [-2, 1)$ $\begin{cases} -2 \leq x < -1 & \rightarrow [x] = -2 & \Rightarrow y = -1 \\ -1 \leq x < 0 & \rightarrow [x] = -1 & \Rightarrow y = 0 \\ 0 \leq x < 1 & \rightarrow [x] = 0 & \Rightarrow y = 3 \end{cases}$ $\Rightarrow D_y = [-2, 1) \quad , \quad R_y = \{-1, 0, 3\}$ 	۱۳
۱	ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = -2\sqrt{x} + 1$ را بدست آورید. $y = -2\sqrt{x} + 1 \Rightarrow y - 1 = -2\sqrt{x} \Rightarrow \frac{y-1}{-2} = \sqrt{x} \Rightarrow \left(\frac{y-1}{-2}\right)^2 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(x-1)^2}{4}$	۱۴
۱/۵	اگر $f = \{(2,5), (3,4), (0,-2)\}$ و $g = \{(-1,2), (0,3), (2,4), (3,0)\}$ باشد. مطلوب است: $\begin{cases} D_f = \{2,3,0\} \\ D_g = \{-1,0,2,3\} \end{cases} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{0,2,3\}$ الف. تابع $\frac{f}{g}(x)$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها بنویسید. $\frac{f}{g}(x) = \left\{ \left(0, -\frac{2}{3}\right), \left(2, \frac{5}{4}\right) \right\}$ ب. حاصل $(f - 2g)(2)$ را بدست آورید. $(f - 2g)(2) = f(2) - 2g(2) = 5 - 2(4) = -3$	۱۵